



VII Competencia Iberoamericana  
Interuniversitaria de Matemáticas

Facultad de Ciencias, UNAM, México 2015

Primeiro dia

Ciudad Universitaria, UNAM, México D.F.

25 de setembro de 2015

**Problema 1.** Encontre o número real  $a$  tal que a integral definida

$$\int_a^{a+8} e^{-x} e^{-x^2} dx$$

alcança seu valor máximo.

**Problema 2.** Ache todos os polinômios  $P(x)$  com coeficientes reais que satisfazem a identidade

$$P(x^3 - 2) = P(x)^3 - 2,$$

para todo número real  $x$ .

**Problema 3.** Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Seja  $k \geq 1$  um inteiro. Prove que para inteiros não nulos quaisquer  $i_1, i_2, \dots, i_{k-1}, j_1, j_2, \dots, j_k$  e inteiros quaisquer  $i_0, i_k$ , se verifica

$$A^{i_0} B^{j_1} A^{i_1} B^{j_2} \dots A^{i_{k-1}} B^{j_k} A^{i_k} \neq I.$$

*Nota:*  $I$  denota a matriz identidade  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Cada problema vale 10 pontos.

Tempo máximo: 4h 30m.